注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

International Mathematics Competition (TIMC 2016)

Chiang Mai, Thailand 14 - 20 August 2016

青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題

答題時間：120 分鐘

答題指引:

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在下頁的對應位置填寫隊名、您的姓名及編號。
- 個人賽試題包括兩個部份，總分 120 分。
- 第一部份包括填充題 12 題，只須在空格內填寫**阿拉伯數值**答案，以其他文字書寫一律不計分，不須計算過程，若題目有不只一個答案，則**全部**答對才給分。每題 5 分，答錯不倒扣。
- 第二部份包括計算證明題 3 題，必須填寫詳細計算過程或證明，每題 20 分，根據答題情況給予部份分數。
- 本卷答題時間：120 分鐘。
- 不得使用任何電子計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色圓珠筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

隊名: _____ **姓名:** _____ **號碼:** _____ **分數:** _____

以下欄位由評審填寫，考生請勿做任何記號

題號	第一部份												第二部份			總分	評審簽名
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3		
分數																	
分數																	

第一部份：

填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

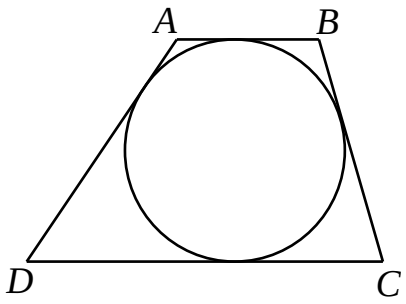
1. 學校食堂每天為學生製作 289 塊麵包。在某七天裡，學生每天吃掉的麵包的數量都互不相同。有些日子有剩餘的麵包；其餘的日子則不夠，食堂需要製作更多的麵包直到全部吃完為止。每天剩餘的麵包數記為正整數，額外製作的麵包數記為負整數。已知記下的七個數之乘積為 −252，請問學生在這七天裡吃掉的麵包的總數為多少塊？

答：_____

2. 請問使得存在正整數 y 滿足 $2^{2x}-3^{2y}=55$ 的最大正整數 x 是什麼？

答：_____

3. 半徑為 12 cm 的圓與四邊形 $ABCD$ 的四條邊都相切，其中 AB 與 DC 平行。若 $BC = 25$ cm 且 $ABCD$ 的面積為 648 cm^2，請問線段 DA 的長度為多少 cm？

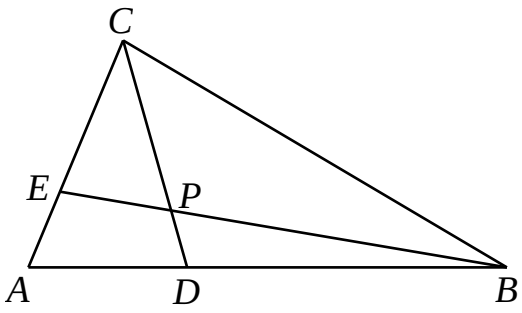


答：_____ cm

4. 在首 17 個正整數中，有兩個數的乘積等於其它 15 個數之和，請問這兩個數之和為多少？

答：_____

5. 已知三角形 ABC 的面積為 12 cm^2，點 D 與 E 分別在邊 AB 與 AC 上，點 P 為 BE 與 CD 的交點。如果三角形 BPD、三角形 CPE 與四邊形 $ADPE$ 的面積都相同，請問四邊形 $ADPE$ 的面積為多少 cm^2？



答：_____ cm^2

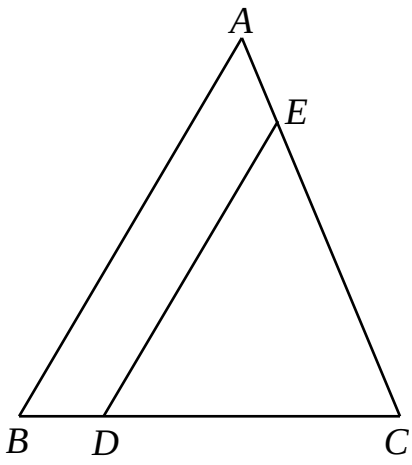
6. 有兩個 2016 位數，其中一個數的所有數碼都為 6，另一個數的所有數碼都為 9，請問這兩個數的乘積之數碼和為多少？

答：_____

7. 已知 n 為一個正整數。小明和小亮各有一些硬幣，若小明給小亮 n 枚硬幣，則小亮的硬幣數量將是小明的兩倍；反之，若小亮給小明 2 枚硬幣，則小明的硬幣數量將是小亮的 n 倍。請問 n 的所有可能值之和是多少？

答：_____

8. 在三角形 ABC 中，點 D 與點 E 分別在邊 BC 與邊 AC 上，DE 與 AB 平行。已知 $BC = 13$ cm、$CA = 14$ cm、$BA = 15$ cm，且三角形 EDC 與四邊形 $ABDE$ 的周長相等，請問 $\frac{BD}{DC}$ 的值為多少？



答：_____

9. 三條平行直線依照從上到下的順序分別為 L_1，L_2 與 L_3，且 L_1 與 L_2 的距離為 1 cm，L_2 與 L_3 的距離為 2 cm。一個等腰直角三角形的每個頂點都各恰在一條平行線上。請問這個三角形面積的所有可能值之總和為多少 cm^2？

答：_____ cm^2

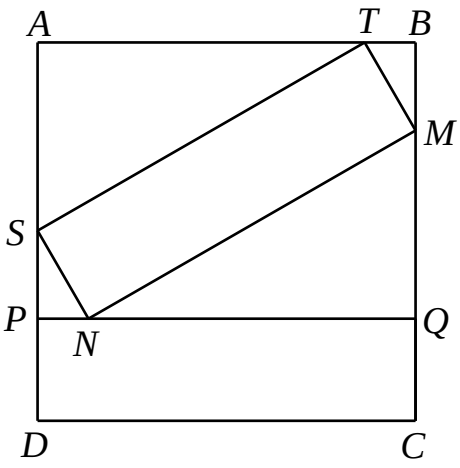
10. 當一位 IQ 為 104 的人從 A 村遷往 B 村，結果兩個村的 IQ 平均值都增加 1。已知這兩個村的人口之總和為質數，兩個村所有人的 IQ 之總和為 6102。當這個人遷入 B 村後，請問 B 村所有人的 IQ 之總和為多少？

答：_____

11. 小艾在直角坐標系的原點(0, 0)，她根據擲一枚標準的正立方體骰子出現的點數移動：如果骰子出現的點數為 1，則她向右移動一個單位；如果骰子出現的點數為 2 或 3，則她向左移動一個單位；如果骰子出現的點數為 4、5 或 6，則她向上移動一個單位。請問當小艾移動四次後，首次到達點(1, 1)的概率為多少？

答：_____

12. 已知正方形 *ABCD* 的邊長為 234 cm，且矩形 *CDPQ* 與 *MNST* 全等，如下圖所示。請問線段 *CM* 的長度為多少 cm？



答：_____ cm

第二部份：

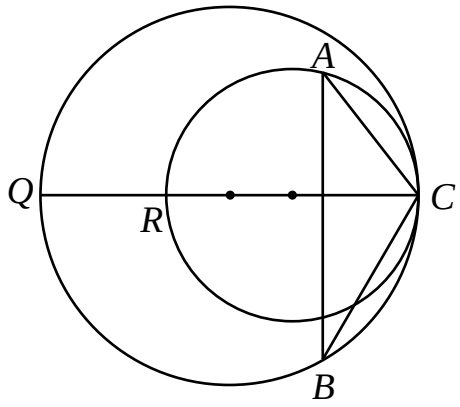
計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 已知正實數 a、b 與 c 滿足 $\frac{8a^2}{a^2+9}=b$、$\frac{10b^2}{b^2+16}=c$、$\frac{6c^2}{c^2+25}=a$。

   請問 $a+b+c$ 之值為多少？

答：_____

2. 點 R 是線段 CQ 上的一個點其中 CR=4 cm。一條直線垂直於 CQ，並分別與以 CR、CQ 為直徑的兩圓交於點 A 及點 B，其中點 A 及點 B 在 CQ 的兩側。若三角形 ABC 的外接圓半徑為 $\sqrt{6}$ cm，請問 CQ 的長度為多少 cm？



答：_____ cm

3. 若整數 $n<999$ 滿足 $(n-1)^2$ 整除 $n^{2016}-1$，請問 n 的最大值為多少？

答：_____